

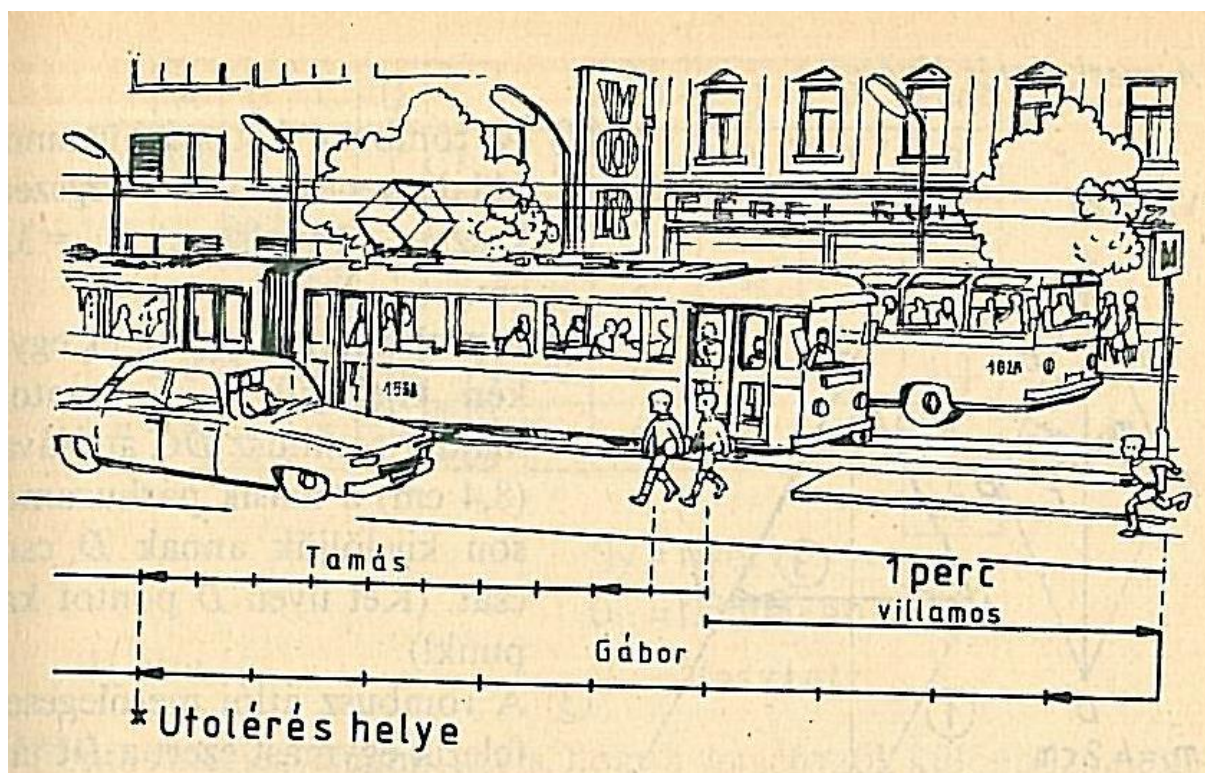
7. osztály feladatai 2020.

Összeállította: Antal Klára matematika szaktanácsadó DRK Dóczy Gimnáziuma

1. Gábor a villamoson utazva megpillantja legjobb barátját, Tamást, aki ellenkező irányban gyalog megy az úton. Miután a villamos egy perc múlva megáll, Gábor kiszáll, és a barátja után indul. Éppen kétszer olyan sebességgel igyekszik, mint amilyenvel Tamás halad. Sebessége így is csak negyedrésze a villamos sebességének. Attól az időponttól számítva, hogy Gábor megpillantotta Tamást, hány perc múlva éri őt utol?

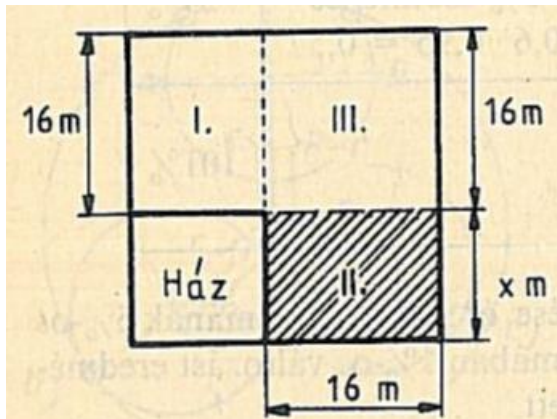
Megoldás:

Azután, hogy Gábor megpillantotta Tamást, 1 perc telik el, amíg leszállva utána indulhat. Ezalatt Tamás 1 egységnyi utat halad, a villamos viszont ellenkező irányban ennek nyolcszorosát. (a villamos sebessége nyolcszor akkora mint Tamásé).....2 pont
A leszállás pillanatában Gábor 9 egységnyi úttal van Tamás mögött.....2 pont
Ezt a távolságot Tamás 9 perc alatt tenné meg.1 pont
Gábor kétszer olyan gyors, mint ő, ezért 1-1 perc alatt annyival közelíti meg Tamást, mint amennyit ez megtesz egy perc alatt.....2 pont
Gábor tehát a leszállás után 9 perc múlva éri utol Tamást.....1 pont
A megpillantástól eltelt idő 1 perc + 9 perc = 10 perc.....1 pont
Összesen:.....9 pont



2. Négyzet alakú telekre négyzet alapú házat építettek. A telek területe 704 m^2 -rel több, mint amennyit beépítettek, és a telek egy oldala 16 m-rel meghaladta a ház egy oldalának a hosszát. Hány négyzetméter az egész telek?

Megoldás:



Ha a ház oldalának a hosszúságát x méterrel jelöljük, akkor a telek oldalai $(x+16)$ m hosszúak....1 pont

A telek beépítetlen részét a ház vonalának a meghosszabbításával három részre osztjuk:

Az I. rész területe: $16x\text{ m}^2$ 1 pont

a II. rész területe: $16x\text{ m}^2$ 1 pont

a III. rész területe: $16 \cdot 16\text{ m}^2 = 256\text{ m}^2$ 1 pont

A beépítetlen terület 704 m^2 , ezért $2 \cdot 16x + 256 = 704$2 pont

$x = 14$1 pont

A ház oldalai 14 méter hosszúságúak.....1 pont

A telek oldala: $16\text{ m} + 14\text{ m} = 30\text{ m}$1 pont

A telek területe: $30 \cdot 30 = 900\text{ m}^2$1 pont

Összesen:.....10 pont

3. Három szám közül az első kettő legnagyobb közös osztója 4; az első és a harmadik legnagyobb közös osztója 6; a második és a harmadik legnagyobb közös osztója 10. Melyek lehetnek ezek a számok, ha azt is tudjuk, hogy egyik sem lehet nagyobb 60-nál?

Megoldás:

A feltételek miatt az első számnak oszthatónak kell lennie 4-gyel és 6-tal, a másodiknak 4-gyel és 10-zel, a harmadiknak pedig 6-tal és 10-zel.....1 pont

Ebből következik, hogy a számok törzstényezői alakjaiban elő kell fordulnia

az első szám esetében $2 \cdot 2 \cdot 3$ -nak.....1 pont

a második szám esetében $2 \cdot 2 \cdot 5$ -nek.....1 pont

a harmadik szám esetében $2 \cdot 3 \cdot 5$ -nek.....1 pont

A számokra vonatkozó kikötés, hogy a legnagyobb közös osztójuk alapján írhatók csak fel.

Minden feltételnek megfelelnek a következő számhármakok:

a) 12; 20; 30.....1 pont

b) 12; 40; 30.....1 pont

c) 24; 20; 30.....1 pont

d) 36; 20; 30.....1 pont

e) 36; 40; 30.....1 pont

f) 48; 20; 30.....1 pont

Több számhármast nem találunk, mert nagyobb számok esetében a legnagyobb közös osztók is nagyobbak lennének a feltételekben adottaknál.....1 pont

Összesen:.....11 pont

4. Az 1, 3, 4, 5 és még egy tetszés szerint választott számjeggyel írjuk fel azt a legnagyobb ötjegyű számot, amelyik 12-vel osztható! A választásunkat indokoljuk!

Megoldás:

A 12-vel osztható szám osztható 3-mal is és 4-gyel is.....1 pont

Tudjuk, hogy 3-mal azok a számok oszthatók, amelyek számjegyeinek összege osztható 3-mal, 4-gyel pedig azok, amelyeknek utolsó két számjegyéből alkotott száma osztható 4-gyel.....2 pont

A 3-mal való oszthatóság miatt az ismeretlen (x) számjegy csak a következő lehet (1+3+4+5+x):

a) $1+3+4+5+2$;.....1 pont

b) $1+3+4+5+5$;.....1 pont

c) $1+3+4+5+8$;.....1 pont

mert a számjegyek összegei: 15, 18, 21 valóban oszthatók 3-mal.

A 4-gyel való oszthatóság miatt csak a következő végződésű ötjegyű számok adódhatnak:

... 12

... 24

... 32

... 52

... 48

... 843 pont

Ezek szerint az öt számjegy a következő lehet:

Vagy az 1, 3, 4, 5 és a 2, vagy az 1, 3, 4, 5 és a 8.....2 pont

Állítsuk elő a legnagyobb ötjegyű számot az első öt számjegyből!

Ezt akkor érhetjük el, ha a legkisebb helyi értékre a legkisebb, a legnagyobb helyi értékre a legnagyobb számjegyeket írjuk, természetesen a fenti feltételek figyelembevételével.....1 pont

Ezért, ha az ötödik számjegynek a 2-t választjuk, a feltételeknek megfelelő – 12-vel osztható – legnagyobb ötjegyű szám a 54 312.1 pont

Legyen most a 8 a választott ötödik számjegy. Ekkor a felírható legnagyobb ötjegyű szám, amely 12-vel osztható: 53 184.1 pont

Ez azonban kisebb az előzőnél, ezért a megoldást az **54 312** adja meg.....1 pont

Összesen:.....15 pont

5. Egy sakkversenyen öt játékos vett részt. Mindenki egyszer játszott mindenkivel. Egy játszma megnyeréséért a győztes egy pontot, a vesztes nulla pontot kapott. Akik döntetlenül fejeztek be egy játszmát, azok megosztottak az egy ponton, fél-fél pontot kaptak.

Az alábbiakból állapítsátok meg, hány pontot értek el az egyes versenyzők:

- Az első helyezettnek nem volt döntetlenje.
- A második helyezett egy játszmát sem veszített el.
- A versenyzők különböző pontszámot értek el.

Megoldás:

Mindenki játszott mindenkivel, ezért az öt sakkozó négy-négy másikkal játszott. Egy-egy játszma azonban két személyhez tartozik, ezért a mérkőzések száma és így a felosztásra kerülő pontok száma

is $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ lesz.....2 pont

Mivel az első helyezettnek nem volt döntetlenje, és a második egy játszmát sem veszített, az első helyezett a másodikkal szemben elvesztette játszmáját. Az első helyezettnek csak egész pontszáma lehet.....1 pont

Mivel az első elvesztette a másodikkal szemben a játszmáját, ezért nem lehet 4 pontja. Háromnál kevesebb pontja sem lehet, mert akkor a csökkenő és egymástól különböző pontszámok összege nem lehet 10. Az első helyezett pontszáma így 3 pont.....3 pont

A II-V. helyezett között hét pontot kell elosztanunk.....1 pont

Ez csak úgy lehetséges, ha a második helyezett pontszáma $2\frac{1}{2}$2 pont

a harmadiké 2 pont.....2 pont

a negyediké $1\frac{1}{2}$ pont.....2 pont

és az ötödiké 1 pont.....2 pont

Csak ebben az esetben teljesülnek a feladat feltételei.

Eredménytáblázat:

	A	B	C	D	E
A		0	1	1	1
B	1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
C	0	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	1
D	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
E	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	

	Ny	D	V	Pont
I.	3	0	1	3
II.	1	3	0	$2\frac{1}{2}$
III.	1	2	1	2
IV.	0	3	1	$1\frac{1}{2}$
V	0	2	2	1
				10

Ny = Nyert
D = Döntetlen
V = Veszített

Az első helyezettnek nem volt döntetlenje, és 3 pontjának kellett lennie, így az eredménytáblázaton 1 vereség és 3 győzelem lesz. A második helyezetről tudjuk, hogy egyetlen játszmát sem veszített, viszont a csökkenő pontszám miatt nem győzhetett kétszer. Ezért az eredménytáblázatba 1 győzelem és 3 döntetlen kerül. Ezek után a játszmatáblázat kitöltése már könnyű.

Összesen:.....15 pont