



## – 11. évfolyam –

---

### 1. feladat

Tekintsük azokat a 2020 jegyű pozitív egészeket, melyek a 0, 1, 2, 3, 5, 7 jegyekből állnak. Melyikből van több: négyvel vagy huszonötöl oszthatóból?

8 pont

### 2. feladat

Van-e olyan derékszögű háromszög, melynek minden oldalhossza prímszám?

10 pont

### 3. feladat

A  $\{0, \dots, n\}$  halmaz részhalmazainak egy családját *metsző családnak* mondjuk, ha bármely két tagjának közös része nem üres. Legfeljebb hány tagja van egy metsző családnak?

12 pont

### 4. feladat

Igazolja, hogy minden  $a, b, c > 1$  valós szám esetén fennáll az alábbi egyenlőtlenség!

$$\log_a \left( \frac{b+c}{2} \right) + \log_b \left( \frac{c+a}{2} \right) + \log_c \left( \frac{a+b}{2} \right) \geq 3$$

14 pont

### 5. feladat

Szerkesszen derékszögű háromszöget, ha adott a beírt és körülírt körének sugara! (Azaz: ismertesse a szerkesztés lépéseit, indokolja azok helyességét, és diszkutálja a szerkeszthetőséget. Magát a szerkesztést nem szükséges elvégezni.)

16 pont